

Probekapitel

Rolf Bergmeier: Christlich-abendländische Kultur. Eine Legende

Im Reich der Zahlen und Sterne

Astrologie, die Vorhersage irdischer Abläufe mit Hilfe der Konstellation der Sterne, ist eine dunkle Kunst, angesiedelt im Spannungsfeld von Magie und Wissenschaft. Sie spielt in der Antike eine große Rolle. Platon (427-347 v.u.Z.) sieht die Gestirne in einem mythologischen Zusammenhang mit dem Schicksal der Erde und spricht von den Fixsternen als „lebende Wesen göttlicher Art und unvergänglich“ (*Timaios*). Das ganze Himmelsgefüge, so Platon, werde durch „seelische Bande“ zusammengehalten. Eine Theorie, die die Astrologie kaum vom Geruch einer dunklen Wissenschaft befreien hilft.

Dennoch treibt die Astrologie die Wissenschaften an. Denn um Astrologie betreiben zu können, sind eingehende Kenntnisse über die Bewegung der Gestirne erforderlich, was die Beschäftigung mit der Astronomie fördert,¹ die ihrerseits ohne Mathematik nicht denkbar ist. Aus dieser Ursuppe aus Astrologie und Himmelschau, Astronomie und Mathematik wird sich zunehmend die Mathematik als eigenständige Wissenschaft herausheben.

Adaption griechischer Mathematiker

Am Anfang unserer mathematischen Reise ins christliche Mittelalter steht natürlich Griechenland. Die griechische Mathematik baut die ägyptische Mathematik aus² und transformiert sie von einer Anwendungsmathematik für die Landwirtschaft und zur Berechnung religiöser Szenarien auf eine intellektuell höhere, abstrakte Ebene. Ein Grieche aus Syrakus gibt der kalten Wissenschaft ein Gesicht: Archimedes (um 287-212), eine schon in der Antike als mathematisches Genie eingestufte Legende. Den meisten ist Archimedes aus Schülertagen bekannt. Er sei in Syrakus dem Schwertstreich eines römischen Legionärs zum Opfer gefallen, als er über geometrische Figuren brütend dem Soldaten missmutig „noli turbare circulos meos“ (störe meine Kreise nicht) entgegengebrummt habe. Die Story ist besser überliefert als seine Forschungen und Texte. Vieles scheint verschüttet zu sein, lediglich drei Werke sind in Form von Kommentaren des alexandrinischen Mathematikers Eutokios (um 480-540) rund siebenhundert Jahre später bekannt geworden: „Über Kugel und Zylinder“, zur „Kreismessung“ und über das „Gleichgewicht ebener Flächen“.³ Aber bereits diese

1 Der muslimische Universalgelehrte Al-Biruni (973-1048) beschreibt die Zusammenhänge von Astrologie und Astronomie in einer Passage über das „Astrolab“ wie folgt: „Sein griechischer Name ist nämlich ‘astrolabon’, und ‘astro’ ist ein Stern. Ein Hinweis darauf ist, daß die Himmelskunde bei ihnen ‘astronomia’ heißt und die Kunst der Vorhersage aus den Sternen ‘astrologia’“ (zit. nach G. Strohmaier, *Hellas im Islam*, 2003, S. 66).

2 Nach Leonid Zhmud war der griechische Historiker Herodot (um 450 v.u.Z.) der Überzeugung, die Geometrie stamme ursprünglich aus Ägypten. Die regelmäßigen Nil-Überschwemmungen hätten eine geometriestützte Landvermessung gefördert (L. Zhmud, *Wissenschaft, Philosophie und Religion im frühen Pythagoreismus*, 1997, S. 59; Herodot, *Historiae*, Buch 2, 5-18). Auch wenn sich die Theorie nicht direkt aus Herodots *Geschichte* ableiten lässt, so sprechen eine Reihe Indizien dafür.

3 Vgl. dazu J. Mansfeld, *Prolegomena mathematica*, Leiden 1998, S. 46-47.

dünne Ausbeute weist auf den hohen Abstraktionsgrad der griechischen Mathematik hin.

Mit Euklid (um 340-270), tritt ein weiteres griechisches Genie in die arabische Wissenschaftswelt ein. Euklid schreibt – unverkennbar von der Logik Aristoteles' beeinflusst – ein grundlegendes Werk über Zahlen, Flächen und Algebra, genannt *Elemente*. Die *Elemente* bestehen aus dreizehn Büchern und sind ein Meisterwerk an Definitionen („Eine Linie ist eine breitenlose Länge“), an Postulaten („Alle rechten Winkel sind gleich“), an Axiomen („Wenn Gleichem Gleiches hinzugefügt wird, sind die Ganzen gleich“) und Beweisen („Es gibt eine unendliche Anzahl von Primzahlen“). Die ersten Übersetzungen von Euklids „Elementen“ werden dem arabischen Mathematiker Al-Hajjaj ibn Yusuf (786-833) zugeordnet,⁴ aber bis auf Fragmente sind diese Übersetzungen verloren gegangen. Darüber hinaus gibt es eine Anzahl weiterer Manuskripte,⁵ die die Grundlage für die späteren Übersetzungen ins Lateinische durch Adelard von Bath und Gerhard von Cremona im 12. Jahrhundert bilden und damit den Weg der Mathematik an die mitteleuropäischen Hochschulen des 13. Jahrhunderts ebneten.

In dieser Zeit arbeitet ein Privatgelehrter am Hofe des byzantinischen Kaisers, der auch das Ziel wissenschaftlicher Begehrlichkeiten des Kalifen Al-Ma'mun von Bagdad ist: Leon. Leon entdeckt und kopiert um 840 weitere Werke von Archimedes, Euklid und Ptolemäus und schafft damit den Archetypus aller folgenden Mathematik-Überlieferungen.⁶ Parallel zu den Bemühungen Leons beginnt Thabit ibn Qurra (um 836-901), ein syrischer Allround-Gelehrter und Chef-Astronom am Kalifenhofe Bagdads, griechisch-mathematische Texte zu übersetzen. Er gründet eine Übersetzerschule und übersetzt mit deren Hilfe Archimedes, Euklid, Ptolemäus und den griechischen Mathematiker Apollonios von Perge (um 260-190)⁷ ins Arabische.

Neben den Textübersetzungen aus dem Umfeld der griechischen Mathematik-Heroen Archimedes, Euklid, Ptolemäus und Apollonios von Perge übernehmen die arabischen Gelehrten auch das Rechnen mit Gleichungen ersten und zweiten Grades und ent-

4 Die erste noch unbefriedigende Übersetzung für den Kalifen Harun al-Raschid (reg. 786-809) und eine zweite verbesserte Übersetzung für den Kalifen Al-Ma'mun (reg. 813-833).

5 So eine arabische Übersetzung von Hunayn ibn Ishaq (809-873), die von dem schon erwähnten Thabit ibn Qurra (826-901) am Bagdader Kalifenhof überarbeitet worden ist (vgl. Hubert L. Busard, *The first translation of Euclid's Elements commonly ascribed to Adelard of Bath*, Toronto, 1983).

6 Vgl. H. Hunger, *Die hochsprachliche profane Literatur der Byzantiner*, Bd. 2, 1978, S. 238. H. Wußing, *6000 Jahre Mathematik*, 2008, S. 213. Zu Zweifeln über die Urheberschaft vgl. „Prosopographie der mittelbyzantinischen Zeit“, der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, Bd. 3 „Leon“, 4440, Berlin/NewYork 2000. Behauptungen, Archimedes sei bereits von Boethius (um 485-526), einem als christlicher Märtyrer vereinnahmten antiken Gelehrten, übersetzt und weitergegeben worden, tritt John Freely entgegen: „Ins Abendland gelangte das Wissen des Archimedes einzig und alleine über Byzanz und den Islam, denn von früheren Übersetzungen, wie Cassiodor sie Boethius zuschreibt, gibt es keine Spur“ (J. Freely, *Platon in Bagdad*, 2012, S. 318).

7 Apollonios hatte in Alexandria studiert und dort sein bedeutendstes Werk *Konika* entworfen, eine Kegelschnittlehre, in der er nachweist, dass die Kegelschnitte Parabel, Ellipse und Hyperbel, deren Namen und Definitionen er einführt, vom gleichen Kegeltypus stammen. Von den acht Büchern der *Konika* sind nur vier in griechischer Sprache erhalten geblieben, in der Fassung des erwähnten alexandrinischen Mathematikers Eutokios. Drei weitere Bücher liegen in arabischer Übersetzung vor, das achte Buch ist verloren.

wickeln die Verfahren fort. Der muslimische Mathematiker Alhazen, der auf den Gebieten der Lichtbrechung, Lichtreflexion und der Augenlinse bahnbrechende Forschungsergebnisse liefert, arbeitet bereits um 1000 bei der Berechnung des Brechungswinkels von Lichtstrahlen mit Gleichungen vierten Grades („Alhazensches Problem“). Die Araber benötigen solche Gleichungen auch zur Lösung praktischer Fragen des täglichen Lebens: Die im Koran für die arabischen Großfamilien festgelegte Erbteilung ist derart komplex, dass sie am zuverlässigsten mit Hilfe algebraischer Gleichungen realisiert wird. Dabei verwenden sie für die Wiedergabe einer unbekanntem Größe das „sch“ aus „Schay = Sache. – Dieser „sch“-Laut wird als „x“ ins Lateinische übersetzt und die arabische Herkunft des „x“ ist noch heute in vielen spanischen Worten erkennbar: Don Quix(sch)ote, X(J)erez, Mex(sch)ico.

Import indischen Wissens

Die Araber bleiben nicht bei der Adaption griechischer Mathematik stehen, wenngleich dies schon für sich alleine einen bedeutenden Beitrag zur Gelehrsamkeit der mittelalterlichen Welt darstellen würde. Damit kommen wir zu einem außergewöhnlichen Talent, dem vielleicht bedeutendsten arabischen Mathematiker seiner Zeit: Al-Chwarizmi (um 780-846). Neben astronomischen Werken, die auf indisch-persischen und ptolemäischen Tabellen beruhen, schreibt dieser Gelehrte mathematische Bücher, unter anderem *Algebra* und *Das Buch der Addition und Subtraktion entsprechend der hinduistischen Rechnung* (De numero Indorum). Das letzte Werk bildet die früheste und wichtigste Quelle für die Kenntnis des Rechnens mit indischen Ziffern in Mitteleuropa. In diesem Werk, dessen lateinische Übersetzung aus dem 12. Jahrhundert mit den Worten beginnt „dixit Alchoarizmi“ (Al-Chwarizmi hat gesagt) und damit den Begriff „Algorithmus“ prägt, stellt der in Bagdad wirkende Gelehrte die Arbeit mit dem Zahlensystem 1 bis 9 vor. Das Nullzeichen (= Nichts) – in Form eines Kreises – ist vermutlich ebenfalls indischen Ursprungs und seit 870 dort nachweisbar.⁸ Die Araber übernehmen das Nullzeichen und nennen das Zeichen *sifr*, aus dem sich später, nach Überführung in das lateinische Mitteleuropa, „zero“, „zefro“ etc. entwickeln.

Das neue (indische) Zahlensystem stellt ohne Zweifel eine Revolution in der Mathematik und einen der bedeutendsten Beiträge zur menschlichen Zivilisation und zur Wissenschaft dar. Denn die neuen indisch-arabischen Ziffern haben einen *Stellenwert* und das Rechnen mit ihnen ist, verglichen mit römischen Ziffern, erheblich leichter. Vermutungen, der syrische Bischof Severus Sebocht habe bereits im Jahre 662 neben den Ziffern 1 bis 9 auch die Null erwähnt, scheinen nicht zuzutreffen, da in dem entsprechenden Text von „neun Zeichen“ gesprochen wird, die „über jedes Lob erhaben“ seien. Jedenfalls erreichen die indischen Ziffern Ende des 8. Jahrhunderts Bagdad. Die Gelehrten erkennen rasch die Bedeutung der Ziffern und der dezimalen Positionen und werden zu Schrittmachern bei der Verbreitung des neuen Zahlensystems, das vermutlich im 13. Jahrhundert unter dem Namen *Liber Abbaci* durch Leonardo da Pisa, der als Mathematiker am normannischen Hof Friedrich II. (1194-1250) lebt, nach

8 Die Null ist als „Gwalior“-Inscription in einer Tempelwand in Mittelindien nachgewiesen. Es gibt Theorien, nach denen die Null aus China stamme und von dort nach Indien gelangt sei (Lam Lay Yong / Ang Tian Se, *Fleeting Footsteps, Tracing the Conception of Arithmetic and Algebra in Ancient China*, Singapore 2004).

Mitteleuropa überführt wird.⁹ Dort stößt es aber zunächst als gefährliche sarazenische¹⁰ Magie auf erheblichen Widerstand, bevor es seine revolutionäre Kraft im aufblühenden Mitteleuropa der Renaissance voll entfalten kann.

Astronomie

Die Schwester der Mathematik ist die Astronomie, die bereits in Griechenland hohes Ansehen genießt. Der Grieche Ptolemäus entwickelt Mitte des 2. Jahrhunderts auf der Basis bestehender Arbeiten (Hipparchos) das nach ihm benannte Weltbild und gibt mit dem Lehrbuch *Mathematische Zusammenstellung* (Mathematike Syntaxis) ein Standardwerk der Astronomie heraus, auf das sich Astronomen bis über die Renaissance hinaus berufen. Es handelt sich um die wohl kompetenteste Darstellung des astronomischen Systems, in dem Mathematik, Physik und astronomische Beobachtungen zu einer Einheit zusammenwachsen. Die „Zusammenstellung“ erlaubt, die Bahnen der Himmelskörper mit mathematischen Modellen zu beschreiben und die Bewegung der Gestirne vorauszuberechnen und geht später als *Almagest* in den arabischen Gebrauch über.

Nach der erfolgreichen Eroberung Persiens, dem Dreh- und Angelpunkt des Handels und des Austausches von Wissen zwischen Fernost und dem Mittelmeerraum, erschließen sich arabische Gelehrte den Fundus astronomischen Wissens und übersetzen die indisch-persischen (Zij-i Shahriyar/Sindhind) und griechisch-ptolemäischen (Mathematike Syntaxis / Almagest) astronomischen Tabellen ins Arabische. Nachdem im Jahre 830 das „Haus der Weisheit“ in Bagdad seine Pforten geöffnet hat, ergänzt Al-Farghani, Hofastronom in Bagdad und in Ägypten, um 835 den *Almagest* mit Forschungen früherer islamischer Astronomen.¹¹ Dieser arabische *Almagest* wird im 12. Jahrhundert von Gerhard von Cremona im inzwischen von christlichen Reconquista-Truppen eingenommenen Wissenschaftszentrum Toledo als Vorlage für seine Text-Übertragungen ins Lateinische genutzt, die dann im 13. Jahrhundert durch Wilhelm von Moerbeke (um 1215-1286) für die weitere Verbreitung aufbereitet werden.¹² Erst jetzt wird das lateinische Mitteleuropa auf die fast tausend Jahre alten Berechnungen und Beschreibungen des Sonnensystems aufmerksam. Damit bahnt sich ein Wandel des kirchlich-mittelalterlichen Weltbildes und der Wissenschaften an, der so tiefgreifend ist, dass Dante vermutlich den *Almagest* als Vorlage für seine *Göttliche Komödie* nutzt.¹³

Die überragende Bedeutung der islamischen Astronomie, die indische, persische und griechische Forschungen integriert und die hier nur skizziert werden konnte,¹⁴ ist auch heute noch leicht rekapitulierbar: Sternennamen wie Wega, Atair oder Beteigeuze

9 Im Mittelalter schreibt man Gerbert von Aurillac (um 1000) die Einführung des arabischen Ziffernsystems und der Null ins abendländische Rechnen zu, was aber beides nachweislich erst 200 Jahre später durch Übersetzungen des Rechenbuches von Al-Chwarizmi geschieht.

10 Die zeitgenössischen Pilger nennen die Araber (in allen Varianten) „Sarazenen“.

11 Ahmad Dallal, *Islam, Science, and the Challenge of History*, Yale University Press 2010, S. 32.

12 Wilhelm lebt als Dominikanermönch in Korinth und ist Gesprächs- und Korrespondenzpartner vieler Gelehrter seiner Zeit. Er macht sich als Aristoteles-Übersetzer einen Namen.

13 Mary A. Orr, *Dante and the Early Astronomers*, 1913, S. 233-234.

(Riesensterne im Orion) stammen aus dem Arabischen, aber auch Fachbegriffe der Astronomie wie Zenit, Nadir und Azimut sind arabischen Ursprungs. Und Al-Farghanis Ruf als herausragender Astronom klingt ebenfalls aus dem Kosmos herüber: Ein Mondkrater ist nach ihm benannt: Alfraganus.

Kontrapunkt: Mathematik im christlichen Mitteleuropa

Währenddessen verharrt die Mathematik des christlichen Mitteleuropas bis in das 13. Jahrhundert auf dem Niveau der Grundrechenarten,¹⁵ die zudem nur von einer kleinen Elite in Kloster- und Kathedralschulen angewendet werden, u.a. zur Berechnung beweglicher kirchlicher Festtage. Selbst das praxisnahe einfache Rechnen unter Benutzung des seit tausend Jahren bekannten Rechenbretts, lateinisch *abacus* oder *calculator*, bleibt weitgehend auf einzelne Fachleute im klösterlichen Verwaltungsbereich, im Finanzwesen und einige Bereiche des Handwerks beschränkt. Die von Isidor von Sevilla (um 560-636) in seiner *Etymologiae* beschriebene „Mathematik“ erschöpft sich in der Wiedergabe einiger antiker und christlicher Referenzen und in einer formalen Abhandlung der Zahlenlehre. Sie kann auch nicht in Ansätzen mit der systematischen und logisch-deduktiven mathematischen Wissenschaft der griechischen Mathematiker Archimedes, Apollonios oder Euklid und deren Kreis- und Pyramidenberechnungen und der Ableitung trigonometrischer Funktionen mithalten. Offenbar ist dieses Wissen im 6. Jahrhundert im lateinischen Westen bereits untergegangen.

Mathematik ist ansonsten außerhalb des tagtäglichen Gebrauchs Religions-Mathematik. Sie dient der allegorischen Interpretation von Bibeltexten und erlaubt, Texten eine höhere Weihe zu verleihen.¹⁶ In diesem Sinne erklärt Isidor von Sevilla Zahlen als Ausfluss göttlicher Ordnung, poetisch umgesetzt in der Schöpfungsgeschichte (*Etymologiae* 3,4 u.a.). Augustinus ist ein Paradebeispiel für die damalige Ansicht, Gott habe alle Dinge nach Maß und Zahl geschaffen und für die weit verbreitete Methode, Mathematik mit der biblischen Thematik zu verbinden. Vor allem der biblische Schöpfungsbericht, Gott habe seine Schöpfung in sechs Tagen vollendet, bietet Augustinus Anlass, auf die arithmetische Vollkommenheit des Sechstagerwerkes hinzuweisen. In seinem um 410 entstandenen *De genesi ad litteram*, einem Kommentar zum Schöpfungsbericht, deckt er eine verborgene innere Ordnung der sechs Tage und damit eine innere Perfektion alles Geschaffenen auf.¹⁷ Die Vollkommenheit erfülle sich darin, dass die Summe seiner Teiler 1, 2 und 3 wieder 6 ergibt und andererseits die „6“ als Dreieckszahl perfekt sei, da sie bei fortschreitender Addition der Teiler 1, 2 und 3 ein gleichseitiges Dreieck von sechs Einheiten mit einer Seitenlänge von drei Einheiten ergebe. Daher sei die

14 Umfangreiche Darstellung der islamischen Astronomie jener Tage in: <http://www2.astronomicalheritage.net/index.php/show-theme?idtheme=15>, 21.3.2013.

15 Rechenbeispiele („Aufgaben zur Schärfung des Geistes der Jünglinge“, Propositiones ad acuendos iuvenes, um 800) bei: www.jensditthardt.de/dokumente/alkuin.pdf, 12.2.2013.

16 Bereits der jüdische Theologe Philon von Alexandria (um 10 v.u.Z – 40) betreibt in diesem Sinne Bibelexegese (Triade) und wird damit eine der Hauptquellen für die christlichen Kirchenväter.

17 Augustinus, Über den Wortlaut der Genesis. De Genesi ad litteram libri duodecim. Der grosse Genesiskommentar in zwölf Büchern, dt. von Carl J. Perl, 1961-1964.

Schöpfung der Welt in sechs Tagen zwangsläufig.¹⁸ Solche Art von bibelexegetischen Zahlendeutungen sind sehr beliebt, erfordern keinerlei schwierige Rechenoperationen und verdeutlichen beispielhaft das Niveau, auf dem sich „Mathematik“ im christlichen Mitteleuropa bis zur Renaissance bewegt. Zwar bemühen sich vereinzelt Mönche um ein besseres Verständnis der Mathematik (Hrabanus Maurus, Gerbert von Aurillac), aber ihr Wissensdrang findet seine Grenze stets an der Maxime, Gott habe alles nach Maß, Zahl und Gewicht perfekt geordnet.

Viel mehr gibt es von der „christlichen“ Mathematik nicht zu vermelden. Für fünfhundert Jahre Menschheitsgeschichte bemerkenswert wenig, wenn man bedenkt, dass das Hypothenusenquadrat des Pythagoras schon mehr als tausend Jahre hinter sich hat. Aber ebenso wie in der christlichen Medizin, die der Kräutermedizin, der Heilung durch Heilige und der Buß-Heilung verhaftet bleibt, werden der christlich-mathematischen Neugierde Grenzen eingezogen, bevor die Gelehrten überhaupt richtig zu forschen begonnen haben.

Fassen wir zusammen: Die westliche Welt hat der indisch-griechisch-arabischen Mathematik viel zu verdanken: Das „x“, die Ziffern 0 bis 9, die Gleichungen mit mehreren Unbekannten und vieles mehr. Dass dabei die arabischen Gelehrten als Übermittler mathematischer Gelehrsamkeit und Komponisten weltweit verstreuter Einzelstücke eine herausragende Position einnehmen, steht außer Frage. Die bis heute gebräuchlichen arabisch-mathematischen Lehnworte Algebra, Ziffer, Chiffre, Algorithmus belegen dies.¹⁹ Auch wenn das meiste aus Griechenland und Indien stammt, so darf der Beitrag der Araber nicht kleingeredet werden. Sie sind es, die die Bedeutung der Mathematik erkennen, die mathematischen Lösungsansätze in aller Welt einsammeln und alles zusammenführen. „Das Hauptverdienst bei der Bewahrung der antiken mathematischen Kenntnisse kommt [daher] den Gelehrten des Islam zu“, schreibt Hans Wußing. „Diesem Umweg verdanken wir vor allem, dass eine Vielzahl von mathematischen Ergebnissen der Antike vor dem Verlust gerettet werden konnte.“²⁰

In Mitteleuropa erfolgt der eigentliche Aufschwung der Mathematik und ihr Durchbruch zur modernen Mathematik erst im 15. Jahrhundert, als ein Großteil der klassischen und arabischen Fachliteratur in lateinischer Sprache zugänglich ist.²¹ Erst jetzt werden die islamischen Vorleistungen durch die europäische Renaissance überholt. Die „islamische Mathematik“ aber gerät in Vergessenheit.

18 Der erste Schöpfungstag steht nach Augustin als Tag „1“ für sich allein. Auf ihn folgen zwei zusammengehörige Tage, an denen das Weltgebäude („fabrica mundi“) geschaffen wurde, zunächst das Firmament des Himmels und am folgenden Tag Land und das Meer. Die letzten drei Schöpfungstage fasst Augustinus dann in einer Schöpfungsphase zusammen, in der alles, was sich bewegt, geschaffen wird: Zunächst die Himmelskörper, dann die Tiere des Wassers und der Luft, und schließlich die Tiere des Landes und als vollkommenstes Wesen zuletzt der Mensch.

19 Ableitung bei N. Osman, Kleines Lexikon deutscher Wörter arabischer Herkunft, 1997. Umfangreiche Darstellung der arabischen Mathematik bei H. Wußing, 6000 Jahre Mathematik, 2008.

20 H. Wußing, 6000 Jahre Mathematik, Bd. 1, 2008, S. 215.

21 H. Gericke, Mathematik im Abendland, 1990, S. 121.